Pythagore dans les étoiles

La première trace écrite du théorème de Pythagore (Πυθαγόρας) qui nous soit parvenue se trouve dans les Éléments d'Euclide (Εὐκλείδης), un mathématicien grec du IIIe siècle av. J.-C., qui a vécu et travaillé à Alexandrie. Ce livre résume une partie des connaissances en géométrie développées par la civilisation grecque.
Le théorème de Pythagore affirme : « Dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des petites longueurs. » Ce résultat est énoncé dans la proposition 47 du livre 1 des Éléments d'Euclide, où le nom de Pythagore, d'ailleurs, n'est jamais cité. Le texte grec est le suivant :

ἐν τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις τὸ πὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς
τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς πὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνοις.

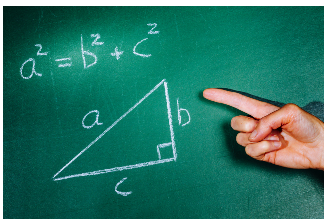
	Cela se lit comme cela :	Cela peut se traduire ainsi :
ἐν τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις	*En tois orthogonioiς trigônois*	*Dans les triangles avec un angle droit*
τὸ τετράγωνον	*To tetragônon*	*Le carré*
τῆς ὑποτεινούσης πλευρᾶς	*tês hupoteinousês pleuras*	*du côté placé en dessous*
Ἀπὸ τὴν ὀρθὴν γωνίαν	*Apo tên orthên gônian*	*de l'angle droit*
ἴσον ἐστὶ τοῖς τετραγώνοις	*ison esti tois tetragônois*	*Est égal aux carrés*
Τῶν περιεχουσῶν πλευρῶν	*Tôn eriechousôn pleurôn*	*Des côtés qui partent chacun*
Ἀπὸ τὴν ὀρθὴν γωνίαν	*Apo tên orthên gônian*	*De l'angle droit*

Activité 1 : la découverte de l'alphabet grec

Exercice 1 : Relie les mots grecs suivants à leur traduction :

Mot grec ancien	*Traduction en français*
Ἐστὶ ●	● Carré (= *quatre angles*)
Τριγώνοις ●	● triangles (= *trois angles*)
τετράγωνον ●	● angle
γωνίαν ●	● droit
ἴσον ●	● hypoténuse (= *placé en dessous*)
ὀρθὴν ●	● Est
ὑποτεινούσης ●	● égal

Es- tu logique ?
Comment dit-on - trois (tri-) en grec ancien ?........................
- quatre ?........................
- en dessous ?........................

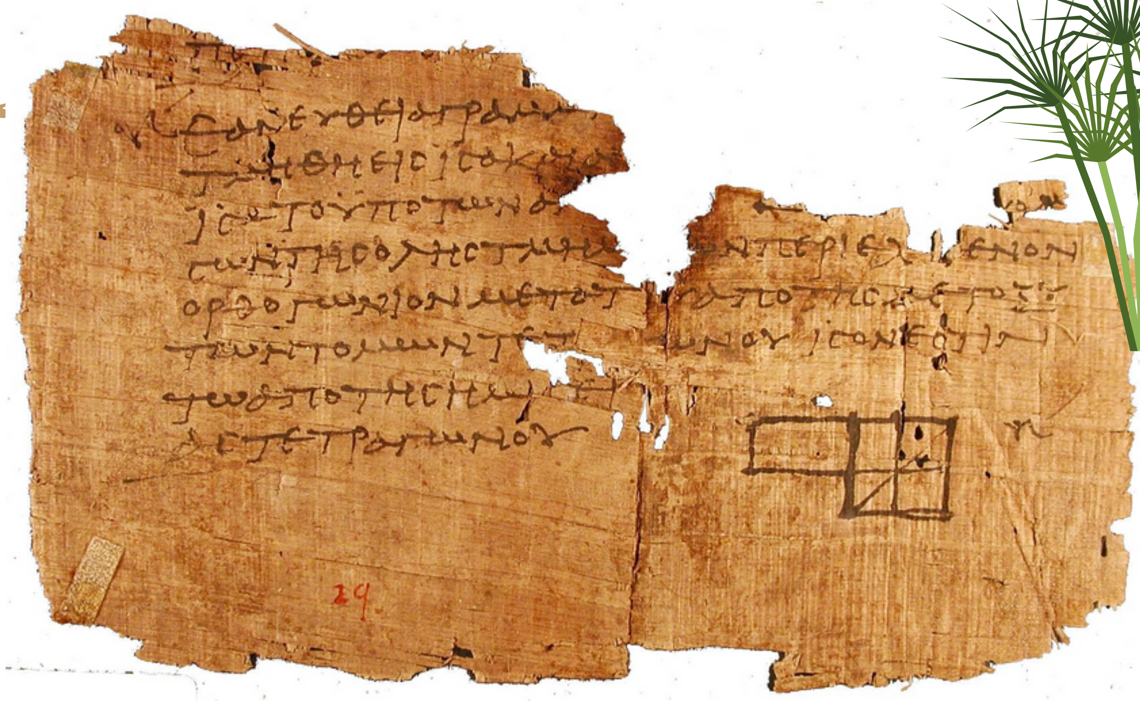


E xercice 2 : Complète le tableau suivant :

Mot grec ancien	*Prononciation*	*Mots français dérivés*
γωνίαν		Ex. : poly**gone**
ἴσον		
ὀρθὴν		
τετρά		
τρι		

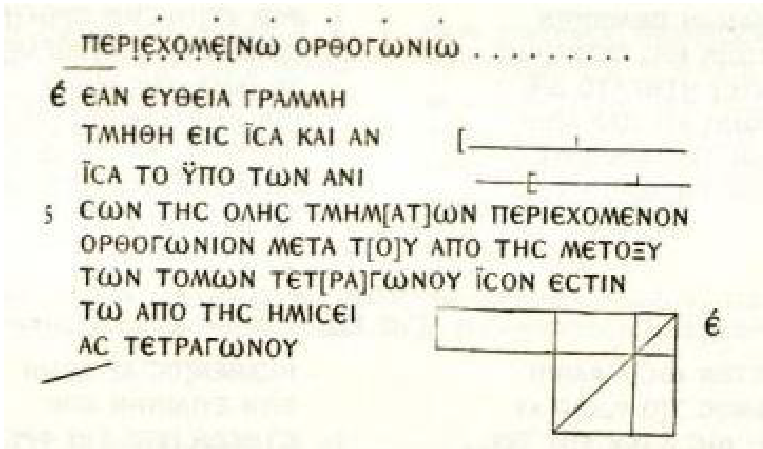
Le papyrus d'Oxyrhynque.

On trouve sur l'un des papyri retrouvés lors des fouilles à Oxyrhynque, en Egypte, en 1896-97 par l'équipe de B. P. Grenfell et A. S. Hunt, un des plus anciens schémas de démonstration mathématique inspiré de la partie « Géométrie » des Elements d'Euclide (livre II, proposition 5). Ce fragment (inventorié Oxyrh. I.29), certainement écrit de la main d'un particulier, et non d'un scribe, vers le deuxième siècle après J.C., est désormais conservé à l'Université de Pennsylvanie.



Le texte y est écrit en grec ancien, en lettres capitales, sans espace, sans ponctuation, avec les sigmas (σ) s'écrivant comme des C de notre époque... (comme c'était courant à l'époque) En voici une « transcription » d'après les règles typographiques actuelles par Grenfell et Hunt.

→ Entoure sur le papyrus des mots que nous avons déjà rencontrés dans l'énonciation du « théorème dit Pythagore» par Euclide. (Ex : carré – est – égal – sous – angle droit (rectangle)



ΠΕΡΙ̣ΕΧΟΜΕ̣[ΝΩ ΟΡΘΟΓΩΝΙΩ . . . .

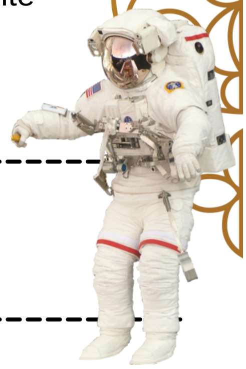
έ ΕΑΝ ΕΥΘΕΙΑ ΓΡΑΜΜΗ
ΤΜΗΘΗ ΕΙϹ ΙϹΑ ΚΑΙ ΑΝ
ΙϹΑ ΤΟ ΥΠΟ ΤΩΝ ΑΝΙ
ϹΩΝ ΤΗϹ ΟΛΗϹ ΤΜΗΜ[ΑΤ]ΩΝ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟΝ
ΟΡΘΟΓΩΝΙΟΝ ΜΕΤΑ Τ[Ο]Υ ΑΠΟ ΤΗϹ ΜΕΤΟΞΥ
ΤΩΝ ΤΟΜΩΝ ΤΕΤ[ΡΑ]ΓΩΝΟΥ ΙϹΟΝ ΕϹΤΙΝ
ΤΩ ΑΠΟ ΤΗϹ ΗΜΙϹΕΙ
ΑϹ ΤΕΤΡΑΓΩΝΟΥ

έ

Activité 2 : des étoiles plein les yeux...

Exercice 1

Voici des mots grecs avec leur traduction.
Cherche à lire chacun de ces mots ; combien de mots en Français ou en une langue vivante étrangère que tu connais trouveras-tu ?



Préfixe

Τῆλε, au loin --

Radicaux

Ὁ ἀστήρ, l'étoile --

Τὰ μετέωρα, les hauteurs --

Ὁ κόσμος, l'univers --

Ὁ πλάνης, πλάνητος, étoile errante --

Ἡ ἄρκτος, l'ours (animal et constellation), le nord --

Κομήτης, chevelu --

Τὸ γάλα, γάλακτος, le lait --

Σκοπέω, regarder, observer, réfléchir --

Suffixe

Ὁ νομός, la règle --

Ὁ λόγος, l'étude, le discours --

Ὁ ναύτος, le marin --

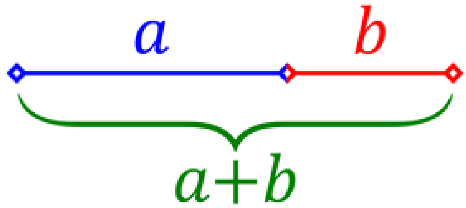
Exercice 2

Les cartes bleue, vitale, de téléphone, de fidélité... ont en commun leur format, appelé format « carte de crédit ».
Sophie dit : « En accolant ma carte Gold avec la carte Gold de mon mari, comme ci-dessous, je m'aperçois que si on prolonge une diagonale de la carte Gold, elle passe par un sommet de la carte de mon mari (les deux cartes étant assimilées à des rectangles).

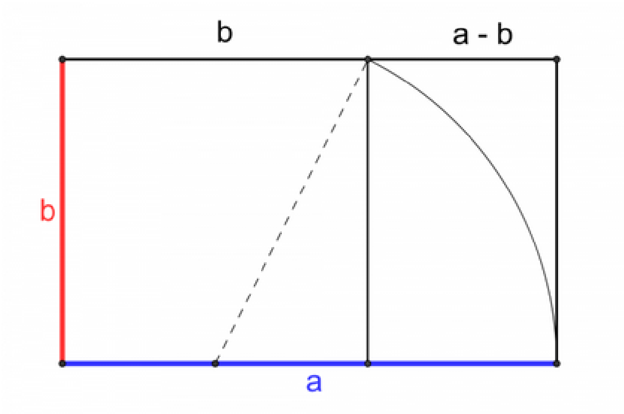
Activité 2 : des étoiles plein les yeux...

Montrez que si Sophie a raison, cela signifie qu'une carte a la forme d'un rectangle d'or, c'est-à-dire que le quotient de sa longueur par sa largeur est égal au nombre d'Or.
Utilisez votre carte Tisseo.

Le nombre d'or est une proportion, définie initialement en géométrie comme l'unique rapport a/b entre deux longueurs a et b telles que le rapport de la somme a + b des deux longueurs sur la plus grande (a) soit égal à celui de la plus grande (a) sur la plus petite (b).
C'est à dire lorsque (a+b)/a = a/b



Voici la même définition avec d'autres mots: Trois points alignés, déterminant deux segments forment une section dorée (un rapport égal à Phi), s'il y a de la petite partie à la grande, le même rapport que de la grande au tout.
Le nombre d'or est le seul rapport qui met en résonance la partie avec le tout. On peut donc le voir comme étant une résonance (fractale) entre la créature et son créateur.
C'est pour cette raison que ce rapport est souvent appelé: La divine proportion.
On peut construire ce rapport dans un rectangle d'or. (le format carte de crédit !)

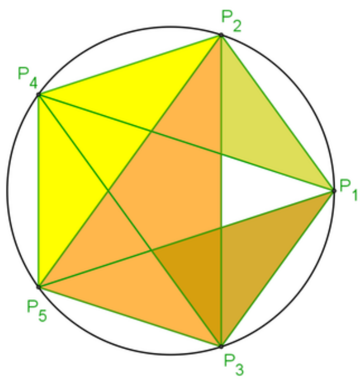


La construction s'effectue en construisant un carré. Puis en piquant un point au milieu du côté du carré. Là on place son compas. On l'ouvre sur la distance au coin et on obtient ainsi une longueur de côté qui permet de faire un rectangle d'or.
Le nombre d'or φ est irrationnel. Il est l'unique solution positive de l'équation x² = x + 1. Il vaut exactement (1+√5)/2
Soit environ 1.6180339887...

Un nombre irrationnel est un nombre qu'il n'est pas possible de réduire en ratio, soit en fraction.

φ est un rapport naturellement présent dans de nombreuses constructions géométriques.

Le pentagone, et l'étoile à 5 branches est une source sûre pour trouver le nombre d'or.
Observe, on y voit un grand triangle isocèle qui point p2 depuis p5 et p3.
On voit également le même triangle à une échelle différente. C'est la définition d'une fractale, l'auto-similarité. C'est le petit triangle isocèle qui point p2 et fait avec la ligne p4 - p1 qui coupe le grand triangle isocèle. En bref, une des branches de l'étoile.
Chaque branche de l'étoile est en fait un triangle d'or. Si l'on divise la longueur du grand côté par le petit on obtient le nombre d'or φ.



https://www.youtube.com/watch?v=DxmFbdp7v9Q

Activité 2 : des étoiles plein les yeux...

Suite de Fibonacci

La suite de Fibonacci a été découverte par Léonardo Fibonacci en étudiant la croissance des générations de lapins.

La suite de Fibonacci est une suite d'entiers dans laquelle chaque terme est la somme des deux termes qui le précèdent.
Elle commence généralement par les termes 0 et 1 (parfois 1 et 1) et ses premiers termes sont: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, etc.
Les quotients de deux termes consécutifs de la suite de Fibonacci sont les meilleures approximations du nombre d'or.

0	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144	233	377	610	987	1597	2584	4181	6765	10946	17711	…		

C'est à partir du quotient de 144/89 que l'approximation atteint la précision qui est couramment utilisée du nombre d'or.

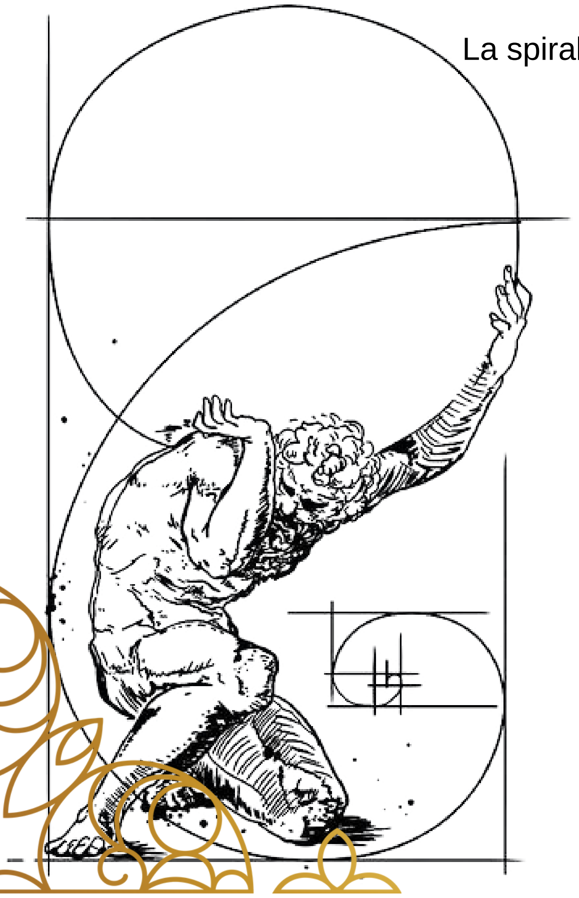
144/89 = 1.617977

Ainsi, dans la nature, un monde fini et concret et pas un monde mathématique parfait, c'est une approximation du nombre d'or qui est utilisée très souvent. La meilleure approximation est la suite de Fibonacci.

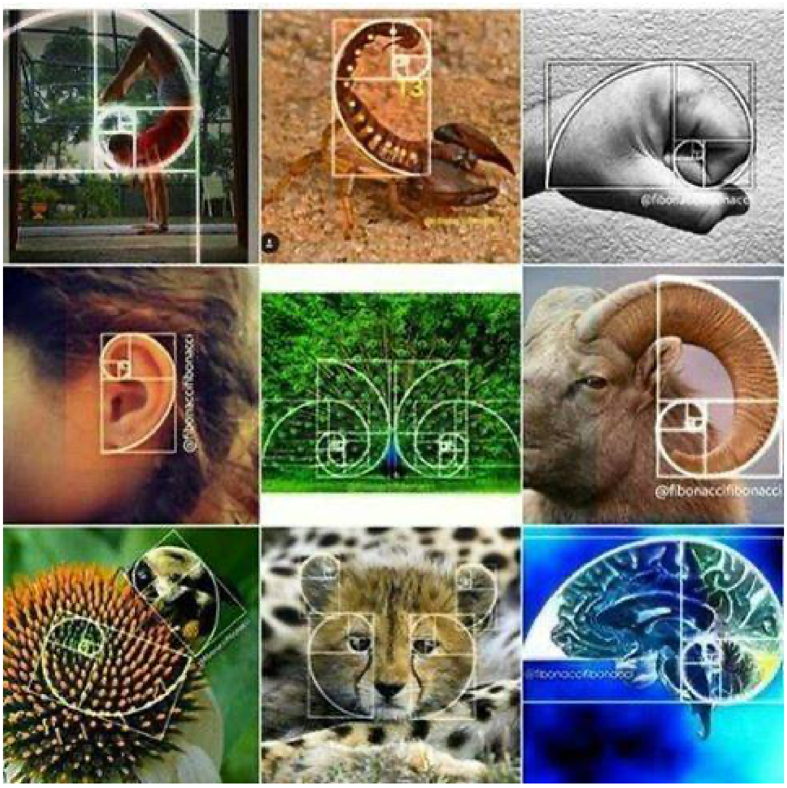
https://www.youtube.com/watch?v=O3xqrevXUzQ

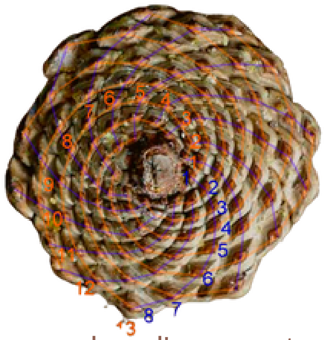
La spirale de Fibonacci

En construisant une structure faite uniquement de lignes droites, il est possible de construire une superbe spirale avec une belle courbe.
Il s'agit à la base d'un rectangle d'or qui est découpé en un carré et ..... un autre rectangle d'or ! (On reconnait ici le côté fractal du nombre d'or !)
Il suffit de faire un cercle au compas dans chaque carré. (de la longueur du côté du carré)... et voilà, il y a une superbe spirale qui est ainsi construite.



La spirale d'or se retrouve très souvent dans la nature.





Sur cette pomme de pin, on observe qu'il y a un nombre de spirales qui tournent dans un sens (rouge) et un nombre dans l'autre (bleu). Le nombre de spirale dans un sens et dans l'autre est tombe toujours sur une suite de 2 nombres consécutifs de la suite de Fibonacci.

Le nombre d'or en astronomie

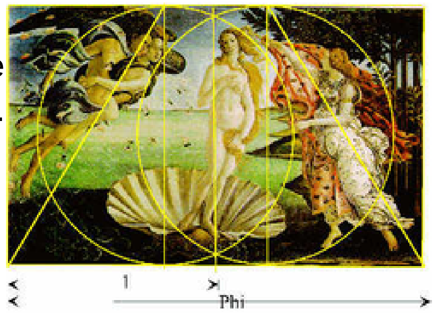
Le nombre d'or semble aussi utilisé dans l'agencement des planètes !

En effet, c'est étonnant. Si l'on divise le nombre de jours (terrestres) que la Terre met pour faire sa révolution (sidérale) autour du soleil, par le nombre de jours (terrestres) que Vénus met pour faire sa révolution (sidérale), on obtient comme résultat: le nombre d'or φ (à 99.53%).

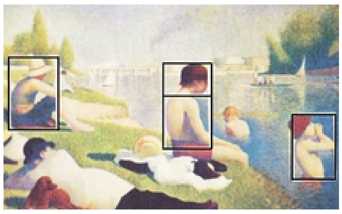
Id est : le temps que met la Terre pour faire un tour autour du soleil / le temps que met Vénus pour faire un tour autour du soleil = φ.

Le nombre d'or est depuis toujours utilisé par les artistes pour structurer leur oeuvres. Pour beaucoup d'artistes le nombre d'or représente l'harmonie, l'équilibre, les proportions les plus esthétiques.

La Vénus de Botticelli est souvent montrée en exemple d'une construction basée sur le nombre d'or.

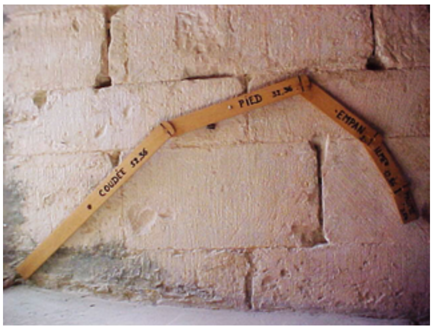


Certains peintres comme Salvador Dali (Sacrement de la dernière cène), Seurat (le Cirque) ou Mondrian (Composition) l'ont d'ailleurs utilisé par jeu.

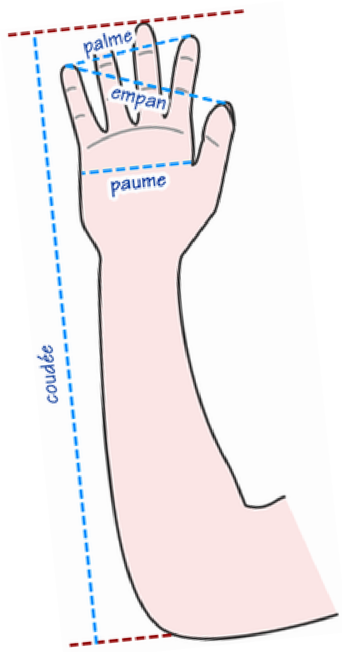


Les bâtisseurs de cathédrales utilisaient un système basé sur le nombre d'or pour définir les unités de longueurs de base:

- La paume → 34 lignes
- La palme → 55 lignes
- L'empan → 89 lignes
- Le pied → 144 lignes
- La coudée → 233 lignes



Voici une canne des bâtisseurs pour mémoriser la longueur de ces unités de longueurs.

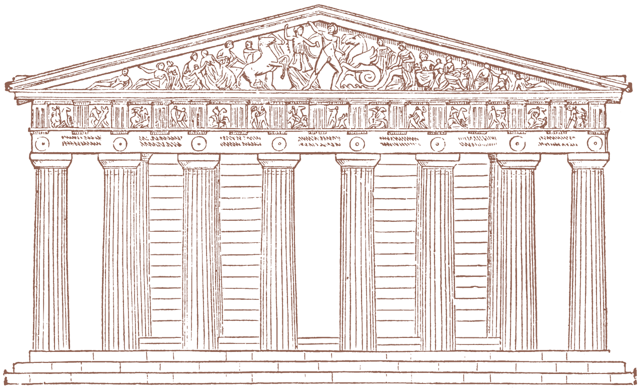


Quand on voit ci-dessus que le nombre d'or est présent partout dans la nature, le corps humain ne serait-il pas lui même basé sur le nombre d'or ?

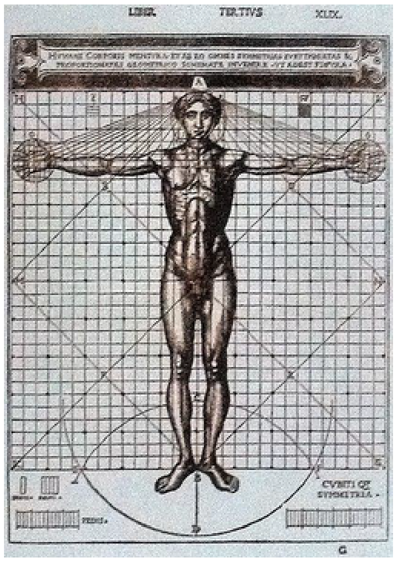
C'est l'avis exprimé par Léonard de Vinci avec l'homme de Vitruve (un architecte romain), qui exprime l'homme aux proportions parfaites qui s'inscrit parfaitement dans les mesures de l'univers. (inscrit dans un carré et un cercle, souvent symbole de la terre et de l'univers.)

C'est aussi ce que l'architecte Le Corbusier avait exprimé avec son Modulor. (Qui est indiqué en hommage sur les anciens billets de 10 francs Suisse)

Activité 3 : le nombre d'or et vous

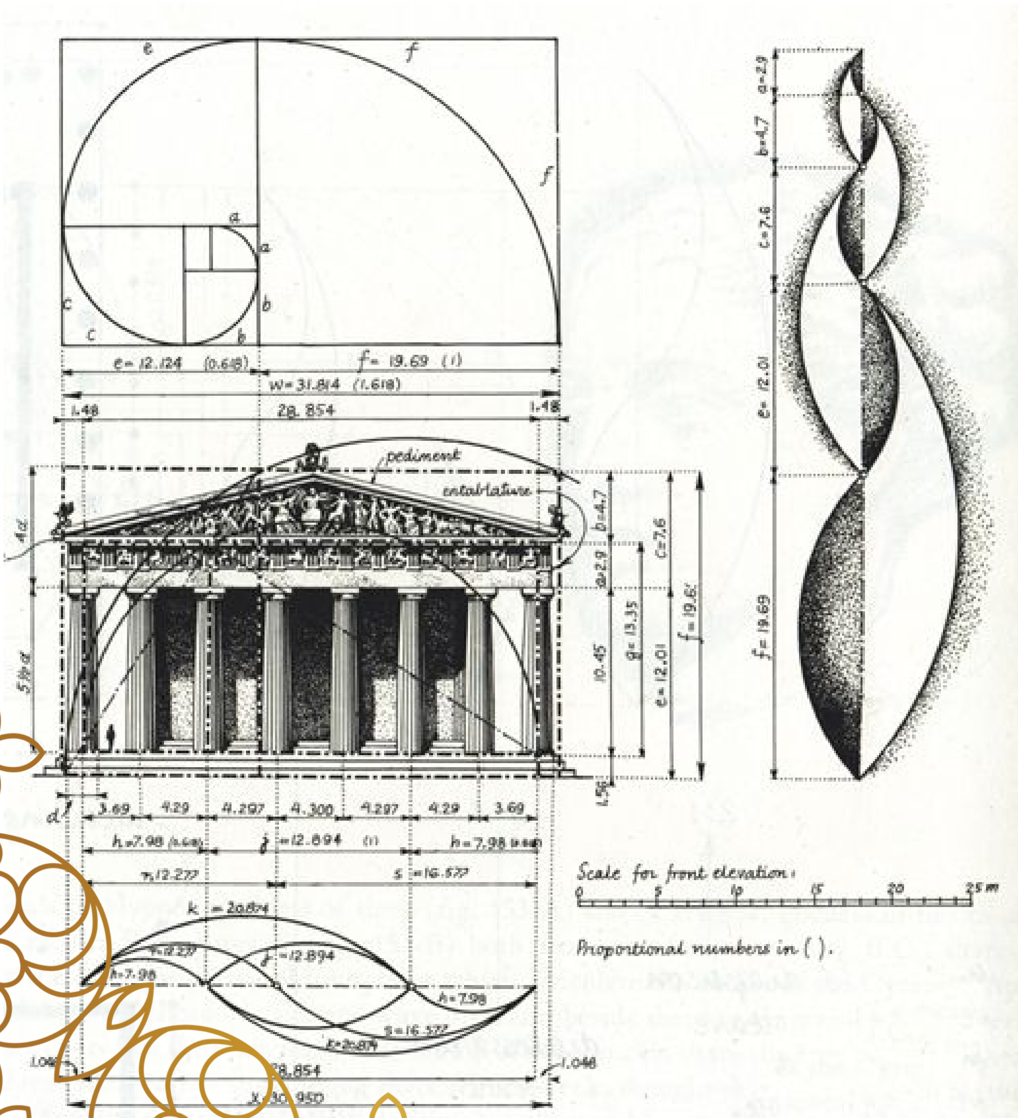


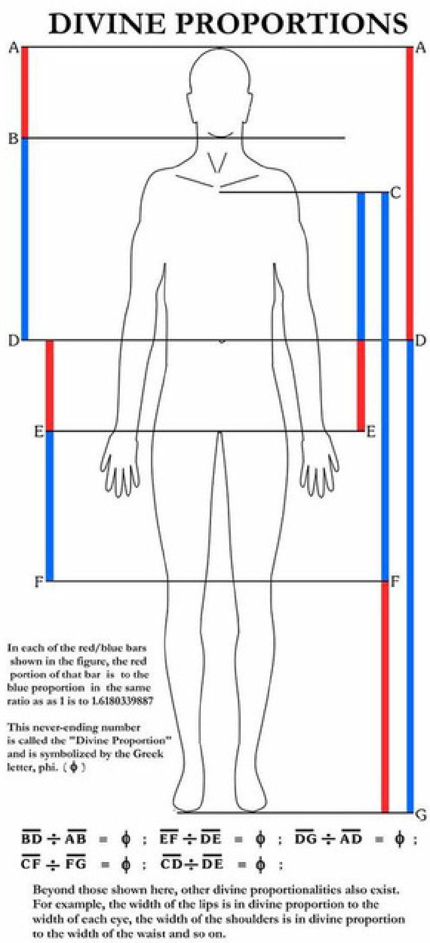
Voici les thèmes de vos exposés sur le nombre d'or ;
Le Parthénon
Le théâtre d'Épidaure
La grande pyramide de Gizeh, dite de Khéops
Le Colisée
La Tholos de Marmaria de Delphes
Le temple de Jérusalem
Le Panthéon



Les proportions idéales ... et vous !

Matériel et démarche :
- Réaliser une photographie personnelle dans la position de l’Homme de Vitruve comme sur cette illustration
- Détourer (= enlever l'arrière-plan) la photographie avec CANVA
- Positionner la photographie détourée sur l'élément "papier millimétré" de CANVA
- Réaliser les tracés géométriques sur le modèle de l’illustration
- Légender les proportions





Le nombre d'or

Art, nature et mathématiques